

Thème : conjecture et démonstration

L'exercice

Pour tout réel p , on considère la fonction f_p définie sur $]0; +\infty[$ par $f_p(x) = x(p - \ln x)$.

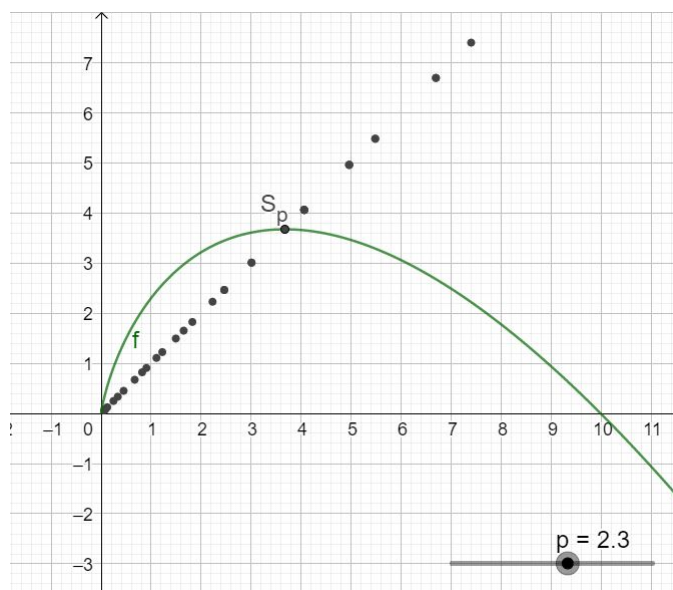
1. Montrer que f_p possède un maximum sur $]0; +\infty[$, atteint en une valeur x_p que l'on précisera.
2. On note S_p le point de la courbe représentative de f_p d'abscisse x_p . L'affirmation suivante est-elle vraie?

Affirmation : lorsque p parcourt \mathbb{R} , l'ensemble des points S_p est une demi-droite.

Les productions de deux élèves de terminale S à la deuxième question

Élève 1

À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, j'ai affiché la trace des sommets des courbes des fonctions f_p :



J'observe que les points S_p sont alignés. L'affirmation est vraie.

Élève 2

À la première question, j'ai trouvé que $x_p = e^{p-1}$ et donc on trouve la courbe d'une exponentielle. L'affirmation est fausse.

Les questions à traiter devant le jury

- 1 – Analyser les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 – Présenter une correction de la deuxième question de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.
- 3 – Proposer deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège et l'autre au niveau lycée. L'un des exercices devra notamment développer la compétence « raisonner ».