

Thème : probabilités

L'exercice

Mathieu et Jeanne ont inventé un jeu avec leur calculatrice. Chaque joueur obtient un nombre aléatoire dans l'intervalle $[0;1]$ à l'aide de la calculatrice. Si le produit des deux nombres est inférieur ou égal à 0,5 alors Jeanne gagne, sinon c'est Mathieu qui gagne. Après quelques parties, ils s'aperçoivent que Jeanne gagne très souvent et Mathieu propose alors de remplacer la valeur 0,5 par un autre nombre pour rendre le jeu plus équitable.

La version initiale du jeu avantage-t-elle Jeanne? Mathieu peut-il rendre ce jeu équitable?

Les productions de deux élèves de terminale scientifique

Élève 1

J'ai commencé par réaliser le programme ci-contre pour vérifier que Jeanne gagne très souvent.

J'ai simulé 10000 parties et Jeanne a gagné 8450 fois donc ce jeu avantage effectivement Jeanne.

```

1 from random import *
2 def jouer():
3     x=uniform(0,1)
4     y=uniform(0,1)
5     if x*y<=0.5:
6         return "Jeanne"
7     else:
8         return "Mathieu"
```

J'ai remplacé la valeur 0,5 par des valeurs plus petites et à nouveau j'ai simulé 10000 parties. Avec la valeur 0,19, le jeu semble plus équitable.

Valeurs k qui remplacent 0,5	0,3	0,2	0,15	0,17	0,18	0,19
Victoires de Jeanne sur 10000 parties	6603	5217	4405	4730	4937	5023

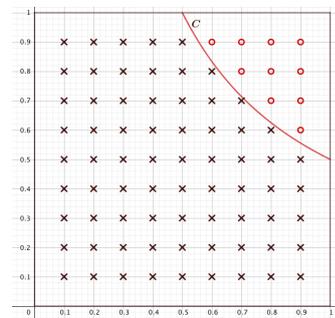
Élève 2

Dans ce jeu, c'est comme si dans mon repère ci-contre, on choisissait un point au hasard dans le carré de côté 1.

Les points marqués d'une croix font gagner Jeanne et les autres font gagner Mathieu.

Mais il y a plein d'autres points et les points qui font gagner Jeanne sont placés sous la courbe C d'équation $y = \frac{0,5}{x}$.

L'aire de Jeanne est égale à : $0,5 + 0,5 \ln(2) \approx 0,8466$.



Pour rendre ce jeu plus équitable, il faut trouver k pour que l'aire sous la courbe d'équation $y = \frac{k}{x}$ soit

égale à 0,5. On a donc l'équation à résoudre : $\int_0^1 \frac{k}{x} dx = 0,5$.

On obtient $k \ln(1) - k \ln(0) = 0,5$ mais il y a un problème car $\ln(0)$ n'existe pas.

Les questions à traiter devant le jury

- 1 – Analyser les productions de ces deux élèves en mettant en évidence la pertinence de leurs démarches ainsi que leurs erreurs éventuelles. Vous préciserez l'accompagnement que vous pouvez leur proposer.
- 2 – Présenter une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposer deux exercices, sur le thème *probabilités*, l'un au niveau lycée et l'autre au niveau collège.