

Thème : conjecture et démonstration

L'exercice

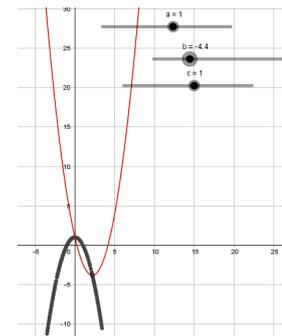
On considère les paraboles d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont des réels, avec a non nul.

1. Quel est le lieu des sommets de ces paraboles lorsque b varie dans \mathbb{R} , a et c étant fixés?
2. On fixe $c = 1$. Tout point du plan est-il le sommet d'une de ces paraboles?

Les réponses de deux élèves de première S à la question 1

Élève 1

En utilisant un logiciel de géométrie et en activant la trace du sommet, nous pouvons constater qu'il se déplace sur une parabole.

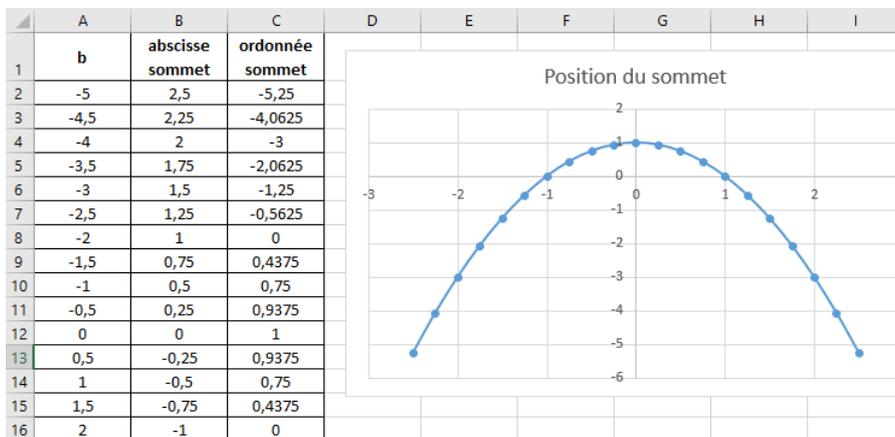


Élève 2

Le sommet S d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ a pour coordonnées $\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$.

Comme je ne vois pas quel est le lieu des sommets, j'ai utilisé un tableur.

J'ai fixé $a = 1$ et $c = 1$ pour obtenir une représentation graphique de la position du sommet : c'est une parabole d'équation $y = 1 - x^2$.



Les questions à traiter devant le jury

- 1 – Analyser ces productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez l'aide que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présenter une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première S.
- 3 – Proposer deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. L'un au moins des exercices devra permettre notamment de développer la compétence « communiquer ».