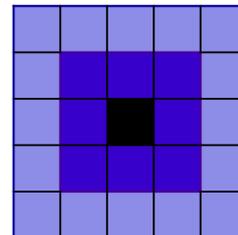


Thème : suites

L'exercice

Un artisan doit carreler une pièce carrée accueillant en son centre une petite statue dont le socle est carré. Il utilise des carreaux de même dimension que le socle de la statue. Il commence d'abord en entourant celle-ci par une couronne de carreaux et poursuit avec des couronnes de plus en plus grandes comme indiqué sur la figure ci-contre, où le socle de la statue est représenté par le carré noir central.



Il a besoin de 157 couronnes autour du socle de la statue pour paver la salle.

Il dispose en tout de 99221 carreaux, en a-t-il assez ?

Les productions de trois élèves de terminale STMG

Élève 1

Pour passer d'une couronne à une autre, l'artisan doit rajouter 8 carreaux à chaque fois.

On a donc une suite arithmétique de premier terme 8 et de raison 8.

u_{157} est le nombre de carreaux de la 157-ième couronne, on a $u_{157} = 8 + 8 \times 157 = 1264$.

La salle étant carrée, on enlève les 4 carreaux formant les coins, on a donc en tout 1260 carreaux sur les quatre côtés donc 315 carreaux sur un côté. En ajoutant les deux coins, on obtient 317.

Il faut donc $317^2 = 100\,489$ carreaux. L'artisan n'a donc pas assez de carreaux.

Élève 2

u_n est le nombre de carreaux sur la n -ième couronne, on a $u_1 = 8$. Pour passer d'une couronne à l'autre, il suffit d'ajouter les quatre coins. On a donc une suite arithmétique de premier terme 8 et de raison 4.

Le nombre de carreaux nécessaire pour carreler entièrement la salle est égal à

$$S = u_1 + u_2 + \dots + u_{157} = 157 \times \frac{8 + 4 \times 156}{2} = 49612.$$

L'artisan a donc largement assez de carreaux.

Élève 3

J'ai calculé l'aire totale et j'ai soustrait l'aire du socle; j'obtiens $157^2 - 1$.

Les questions à traiter devant le jury

- 1 – Analyser les démarches de ces trois élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez les conseils que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présenter une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STMG.
- 3 – Proposer deux exercices sur le thème *suites* permettant notamment de développer les compétences « chercher » et « calculer ».