

CAPES 2018

Thème : Problèmes conduisant à la résolution d'équations

L'exercice

Soit k un réel avec $k > 0$. On considère la fonction f_k définie sur l'intervalle $]1; +\infty[$ par $f_k(x) = x - k \ln(x)$. On note C_k sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Donner, selon les valeurs de k , le nombre de points d'intersection de C_k avec l'axe des abscisses.

Les réponses de deux élèves de terminale scientifique

Élève 1

En utilisant un logiciel de géométrie dynamique je trouve que :

Si $0 < k < 2,71$ alors il n'y a pas de solution.

Si $k > 2,71$ alors il y a deux solutions.

Élève 2

On cherche à résoudre l'équation $f(x) = 0 \iff \frac{x}{\ln(x)} = k$.

Je pose $g(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ et j'utilise la fonction g . Si $g(x) = k$ alors $g'(x) = 0$. On calcule :

$$g'(x) = \frac{\ln(x) - 1}{(\ln(x))^2} = 0$$

donc $x = e$. Après je ne vois pas ...

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les démarches de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Vous préciserez les conseils que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *problèmes conduisant à la résolution d'équations* dont l'un au moins permettra de modéliser une situation extérieure aux mathématiques.