

CAPES 2018

Thème : suites

L'exercice

Pour tout entier naturel n non nul, u_n est le nombre dont l'écriture décimale est donnée par l'expression suivante :

$$u_n = \underbrace{111 \dots 11}_{n \text{ chiffre(s)}}$$

On définit alors la somme S_n par

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111 \dots 11}_{n \text{ chiffre(s)}}$$

Par exemple : $u_3 = 111$ et $S_3 = 123$.

Quelle est l'expression de S_n en fonction de n ?

Les réponses de deux élèves de première scientifique**Élève 1**

J'ai rédigé le programme suivant en langage Python.

Je l'ai testé avec différentes valeurs de n :

$S_1 = 1$, $S_2 = 12$, $S_3 = 123$, $S_7 = 1234567$.

En juxtaposant tous les entiers inférieurs à n , j'obtiens S_n .

$$S_n = 1234 \dots n$$

```
1 def masuite(n):
2     s=0
3     for k in range(1, n+1):
4         s=s+(10**k-1)/9
5     return s
```

Élève 2

J'ai calculé $u_n = \frac{10^n - 1}{9}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

En remplaçant dans S_n , j'obtiens $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{10^k - 1}{9} = \frac{1}{9} \left(\frac{1 - 10^{n+1}}{-9} - \frac{1}{9} \right)$.

Donc pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = \frac{1}{81} (10^{n+1} - 10)$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les démarches de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *suites* permettant notamment de développer les compétences « chercher » et « calculer ».