

CAPES 2018

## Thème : suites

**L'exercice**

Pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_n$  est le nombre dont l'écriture décimale est donnée par l'expression suivante :

$$u_n = \underbrace{111 \dots 11}_{n \text{ chiffre(s)}}$$

On définit alors la somme  $S_n$  par

$$S_n = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111 \dots 11}_{n \text{ chiffre(s)}}$$

Par exemple :  $u_3 = 111$  et  $S_3 = 123$ .

Quelle est l'expression de  $S_n$  en fonction de  $n$  ?

**Les réponses de deux élèves de première scientifique****Élève 1**

J'ai rédigé le programme suivant en langage Python.

Je l'ai testé avec différentes valeurs de  $n$  :

$S_1 = 1$ ,  $S_2 = 12$ ,  $S_3 = 123$ ,  $S_7 = 1234567$ .

En juxtaposant tous les entiers inférieurs à  $n$ , j'obtiens  $S_n$ .

$$S_n = 1234 \dots n$$

```
1 def masuite(n):
2     s=0
3     for k in range(1, n+1):
4         s=s+(10**k-1)/9
5     return s
```

**Élève 2**

J'ai calculé  $u_n = \frac{10^n - 1}{9}$  pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ .

En remplaçant dans  $S_n$ , j'obtiens  $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{10^k - 1}{9} = \frac{1}{9} \left( \frac{1 - 10^{n+1}}{-9} - \frac{1}{9} \right)$ .

Donc pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $S_n = \frac{1}{81} (10^{n+1} - 10)$ .

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 – Analysez les démarches de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *suites* permettant notamment de développer les compétences « chercher » et « calculer ».