

CAPES 2017

Thème : prise d'initiative

L'exercice

On se place dans un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) et on considère la parabole \mathcal{P} d'équation $y = x^2 + x + 1$ ainsi que la droite \mathcal{D} d'équation $y = -3x + p$, où p est un paramètre réel.

Existe-t-il des valeurs de p pour lesquelles \mathcal{P} et \mathcal{D} admettent des points d'intersection à coordonnées entières ? Si oui, déterminer toutes les valeurs de p qui conviennent.

Les réponses de deux élèves de première scientifique

Élève 1

Avec un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé la parabole \mathcal{P} et différentes droites \mathcal{D} en prenant différentes valeurs pour p .

Ensuite, j'ai demandé les points d'intersection.

Je trouve que p peut prendre les valeurs : $-3 ; -2 ; 1 ; 6 ; 13 ; 22 \dots$

En fait, pour trouver les p , il faut rajouter les nombres impairs.

Élève 2

On choisit un entier a et on considère le point de \mathcal{P} d'abscisse a .

Ensuite, on cherche la valeur de p pour que la droite \mathcal{D} passe par ce point.

On a alors : $a^2 + a + 1 = -3a + p$ et donc $p = a^2 + 4a + 1$.

Il existe donc une infinité de valeurs de p qui marchent.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et en mentionnant les conseils que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *prise d'initiative*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.