

CAPES 2017

Thème : prise d'initiative

L'exercice

Kaprekar est un mathématicien indien contemporain (1905-1986) bien connu pour son habileté en calcul.

Il aimait proposer le jeu suivant :

« Pense à un nombre à trois chiffres, tous différents. Écris le nombre le plus grand que tu peux former avec ces trois chiffres, puis soustrais-lui le nombre le plus petit que tu peux obtenir. Recommence avec le nombre obtenu. Fais cette opération cinq fois. En attendant, j'écris sur un papier le résultat que tu vas trouver. »

Qu'en pensez-vous ?

Source TraAM, académie de Créteil

Les réponses de trois groupes d'élèves

Groupe 1

Nous avons essayé tous les cas avec un algorithme.

Nous trouvons presque toujours 495, mais des fois on obtient 0.

pour N variant de 1 à 999 faire

pour k variant de 1 à 5 faire

a prend la valeur partie entière de $N/100$

b prend la valeur partie entière de $(N - a \times 100)/10$

c prend la valeur $N - 100 \times a - 10 \times b$

d prend la valeur $\max(a, b, c)$

f prend la valeur $\min(a, b, c)$

e prend la valeur $a + b + c - d - f$

N prend la valeur $d \times 100 + e \times 10 + f - f \times 100 - e \times 10 - d$

fin

Afficher N

fin

Groupe 2

Avec 471, 471	$741 - 147 = $ 594	$954 - 459 = $ 495	$954 - 459 = $ 495	$954 - 459 = $ 495
Avec 691, 691	$961 - 169 = $ 792	$972 - 279 = $ 693	$963 - 369 = $ 594	$954 - 459 = $ 495
Avec 879, 879	$987 - 789 = $ 198	$981 - 189 = $ 792	$972 - 279 = $ 693	$963 - 369 = $ 594

On a essayé avec d'autres nombres et on retrouve les nombres 792, 693, 594 et 495.
On a remarqué que pour passer de l'un à l'autre, il faut soustraire 99.

Groupe 3

Si on appelle c le chiffre des centaines, d celui des dizaines et u celui des unités, on a :

$$100 \times c + 10 \times d + u - 100 \times u - 10 \times d - c = 99 \times c - 99 \times u = 99 \times (c - u).$$

Comme c et u sont des chiffres, on ne peut obtenir que 8 résultats.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de chaque groupe en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *prise d'initiative*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.