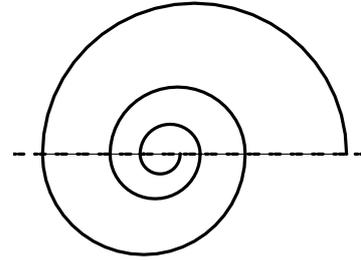


Thème : suites

L'exercice

Une spirale est formée par une succession de demi-cercles dont le rayon de l'un est égal aux deux tiers du rayon précédent. On suppose que le rayon du premier demi-cercle est 2 cm. Soit n un entier naturel non nul. On note L_n la longueur de la spirale obtenue par la succession de n demi-cercles.



1. Exprimer la longueur L_n en fonction de l'entier n .
2. Existe-t-il un entier n_0 à partir duquel $L_n \geq 5\pi$?
3. On augmente le nombre de demi-cercles. Que devient la longueur totale de la spirale obtenue ?

Les réponses de deux élèves de terminale S à la question 2.

Élève 1

	A	B
1	n	L_n
2	1	6,283 185 307 2
3	2	10,471 975 512 0
4	3	13,264 502 315 2
5	4	15,126 186 850 6
6	5	16,367 309 874 3
7	6	17,194 725 223 4
8	7	17,746 335 456 1
9	8	18,114 075 611 2
10	9	18,359 235 714 7
11	10	18,522 675 783 6

À l'aide d'un tableur, j'ai déterminé la valeur de l'entier n .
J'en déduis qu'à partir de $n = 5$, $L_n \geq 5\pi$.

Élève 2

Je résous l'équation :

$$\begin{aligned}
 6\pi \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) &= 5\pi \iff 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} = \frac{5}{6} \\
 &\iff \frac{1}{6} = \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \\
 &\iff n = \frac{-2\ln 2}{\ln 2 - \ln 3}
 \end{aligned}$$

J'en déduis qu'à partir de $n = 4$, $L_n \geq 5\pi$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les acquis et les erreurs éventuelles.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.
- 3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *suites* en explicitant pour chacun d'eux les différents objectifs pédagogiques visés.