

CAPES 2016

## Thème : géométrie dans l'espace

**L'exercice**

Dans un tétraèdre  $ABCD$ ,  $I$ ,  $J$  et  $K$  sont respectivement les milieux de  $[AB]$ ,  $[BD]$  et  $[BC]$ .

Les points  $E$  et  $F$  sont définis par  $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$  et  $\overrightarrow{CF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CJ}$ .

Démontrer que les points  $I$ ,  $E$ ,  $F$  et  $K$  sont coplanaires.

**Les réponses de trois élèves****Élève 1**

Il est clair que  $(B; \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA})$  est un repère de l'espace. Dans ce repère, on a :  $I(0; 0; 1/2)$ ,  $K(1/2; 0; 0)$ ,  $F(1/3; 1/3; 0)$  et  $E(0; 1/3; 1/3)$ . J'en déduis :  $\overrightarrow{IE}(0; 1/3; -1/6)$  et  $\overrightarrow{FK}(1/6; -1/3; 0)$ .

Je calcule  $xy' - yx'$  :  $0 \times \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = -\frac{1}{18}$ .

$xy' - yx'$  n'est pas nul, donc  $(IE)$  et  $(FK)$  ne sont pas parallèles, elles sont donc sécantes et donc coplanaires.

$I$ ,  $E$ ,  $F$  et  $K$  sont bien coplanaires.

**Élève 2**

J'ai tracé une figure. Sur la figure, j'ai tracé  $(IE)$  et  $(FK)$ . Elles sont sécantes.

**Élève 3**

$\overrightarrow{IK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ , d'après le théorème des milieux.

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CE}$$

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$$

Je vois sur la figure que  $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ , mais je n'arrive pas à le montrer.

**Le travail à exposer devant le jury**

- 1 – Analysez les productions de ces trois élèves en mettant en évidence les outils utilisés et les erreurs éventuelles. Quelles aides pouvez-vous leur apporter ?
- 2 – En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *géométrie dans l'espace* en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.