

CAPES 2016

Thème : suites

L'exercice

On considère la suite (u_n) définie de la manière suivante :

$$u_0 = 7 \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = 10u_n - 18.$$

Déterminer, pour tout entier naturel n , l'expression de u_n en fonction de n .

Les démarches de deux élèves de terminale S**Élève 1**

Je calcule les premiers termes de la suite :

$$u_1 = 10 \times 1 - 18 = -8$$

$$u_2 = 10 \times 2 - 18 = 2$$

$$u_3 = 10 \times 3 - 18 = 12$$

$$u_4 = 10 \times 4 - 18 = 22$$

Il semble que la suite (u_n) soit arithmétique de raison 10, mais cela ne fonctionne pas avec u_0 . Pourtant, en posant $f(x) = 10x - 18$, on définit (u_n) à l'aide de la fonction affine f donc la suite devrait être arithmétique.

Élève 2

Je constate que $u_1 = 52$, $u_2 = 502$, $u_3 = 5002$.

Il semble que pour tout entier n sauf 0, $u_n = 500 \dots 02$ où le nombre de zéros est $n - 1$.

Preuve : Supposons que $u_n = 500 \dots 02$ avec $n - 1$ zéros entre le 5 et le 2.

Alors la multiplication par 10 donne $500 \dots 020$.

En retranchant 18, le 20 se transforme en 02 et donc on a l'écriture finale $500 \dots 002$ avec un zéro de plus que pour u_n . Ainsi, on a bien $u_{n+1} = 500 \dots 02$ avec $n - 1 + 1$ zéros entre le 5 et le 2, et la propriété est démontrée par récurrence.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises et les difficultés rencontrées .
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S.
- 3 – Proposez deux autres exercices sur le thème *suites*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.