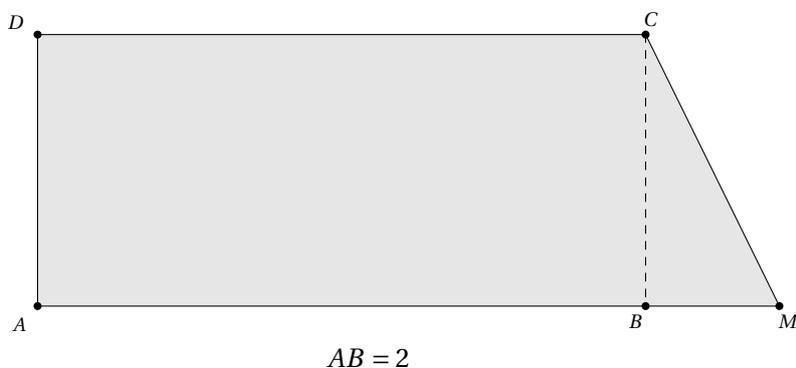


Thème : optimisation

CAPES 2015

L'exercice



Sur la figure ci-dessus, $ABCD$ est un rectangle et BMC est un triangle rectangle en B .
 On donne les longueurs $AB = 2$ et $CM = 1$.
 Peut-on faire en sorte que l'aire du trapèze $AMCD$ soit maximale ? Si oui, dans quel cas ?

Les réponses de deux élèves

Élève 1

À l'aide d'un logiciel de géométrie, j'ai calculé l'aire du trapèze $AMCD$. J'obtiens une aire maximale de 2,058 pour $BM = 0,226$. À l'aide du théorème de Pythagore je calcule $BC = 0,974$.
 L'aire du rectangle $ABCD$ est égale à $2 \times BC = 1,948$.
 L'aire du triangle rectangle BMC est égale à 0,110. En faisant la somme on obtient bien 2,058.

Élève 2

J'ai pris $BM = x$, l'aire du trapèze $AMCD$ est égale à $\frac{1}{2}(4+x)\sqrt{1-x^2}$.
 Avec un logiciel de calcul formel, j'ai obtenu

1	dériver $\frac{1}{2}(4+x)\sqrt{1-x^2}$
	$(2x^2 + 4x - 1) * \sqrt{1-x^2} / (2x^2 - 2)$
2	résoudre $(2x^2 + 4x - 1) * \sqrt{1-x^2} / (2x^2 - 2) = 0$
	$1/2 * (-\sqrt{6} - 2), 1/2 * (\sqrt{6} - 2)$

Comme x est une longueur, x est positif, l'aire est maximale pour $BM = \frac{1}{2} \times (\sqrt{6} - 2)$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez à une classe de première scientifique, en vous appuyant sur les productions des élèves.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *optimisation* à des niveaux de classe différents et dont l'un au moins nécessite la mise en oeuvre d'un logiciel de géométrie dynamique. Vous motiverez vos choix.