

Thème : arithmétique

L'exercice

Le 7 décembre 2014, un astronome a observé au jour J_0 le corps céleste A qui apparaît périodiquement tous les 105 jours.

Six jours plus tard ($J_0 + 6$), il observe le corps B , dont la période d'apparition est de 81 jours.

On appelle J_1 le jour de la prochaine apparition simultanée des deux objets aux yeux de l'astronome.

- 1 – Combien de jours s'écouleront entre J_0 et J_1 ?
- 2 – Si l'astronome manque ce futur rendez-vous, aura-t-il la possibilité d'observer une nouvelle conjonction des deux astres avant fin 2020 ?

Les réponses de deux élèves à la question 1

Élève 1

J'ai fait une colonne pour le corps céleste A et une colonne pour le corps céleste B .

J'ai tapé dans A_2 la formule $= A1 + 105$ et dans B_2 la formule $= B1 + 81$, puis j'ai recopié vers le bas.

On voit 735 dans les deux colonnes.

Il s'écoulera donc 735 jours, soit 2 ans et 5 jours, entre J_0 et J_1 .

J_1 sera le 12 décembre 2016.

	A	B
1	0	6
2	105	87
3	210	168
4	315	249
5	420	330
6	525	411
7	630	492
8	735	573
9	840	654
10	945	735
11	1050	816

Élève 2

Le problème revient à résoudre $105x - 81y = 6$ ce qui équivaut à $35x - 27y = 2$.

$35x - 27y = 2$ équivaut à $35x = 2 + 27y$ ce qui revient à $35x \equiv 2 [27]$ ou encore $8x \equiv 2 [27]$ c'est-à-dire $4x \equiv 1 [27]$; avec ma calculatrice j'ai trouvé $x \equiv 7 [27]$. Donc $x = 7 + 27k$.

$35x - 27y = 2$ équivaut à $27y = -2 + 35x$ ce qui revient à $27y \equiv -2 [35]$ ou encore $-8y \equiv -2 [35]$ c'est-à-dire $4y \equiv 1 [35]$; avec ma calculatrice j'ai trouvé $y \equiv 9 [35]$. Donc $y = 9 + 35k$.

En posant $k = 0$, je trouve $x = 7$.

Donc il se sera écoulé $105 \times 7 = 735$ jours entre J_0 et J_1 .

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence les compétences acquises et leurs erreurs éventuelles.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *arithmétique*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.