Thème : résolution d'équations

L'exercice

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{-2x}{x-2}$$

On appelle $\mathcal{H}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
Soit m un nombre réel. On considère la droite (D_m) d'équation $y=mx$.
Trouver les points de $\mathcal{H}$, s'ils existent, en lesquels la tangente à la courbe est parallèle à (D_m).

Les réponses proposées par deux élèves de première S à la question 2

Élève 1

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur. Donc on doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2}=m$.
Comme m et $(x-2)^2$ *sont strictement positifs, alors on a* $m>0$.
On n'a donc pas de tangente si $m\leqslant 0$.
$\dfrac{4}{(x-2)^2}=m$ *équivaut à* $\dfrac{2}{x-2}=\sqrt{m}$.
On a donc un point répondant à la question, qui a pour abscisse $x=\dfrac{2}{\sqrt{m}}+2$.

Élève 2

On doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2}=m$ *qui équivaut à* $m(x-2)^2-4=0$.
On doit résoudre

$$mx^2-4mx+4m-4=0.$$

On trouve $\Delta=16m$.
Donc il y a deux points d'abscisse $x=\dfrac{4m-4\sqrt{m}}{2m}=2-\dfrac{2}{\sqrt{m}}$ *et* $x=2+\dfrac{2}{\sqrt{m}}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des deux élèves, en mettant en évidence leurs compétences dans le domaine de la résolution d'équations.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de première scientifique en vous appuyant éventuellement sur un logiciel.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *résolution d'équations*. Vous prendrez soin de motiver le choix effectué.