

Thème : matrices et suites

L'exercice

On considère une population d'êtres vivants qui ne peuvent se trouver que dans deux états désignés par A et B. À l'instant initial, 34 % des êtres vivants de cette population sont dans l'état A.

On propose le modèle d'évolution suivant : à chaque heure,

- 3 % des êtres vivants qui étaient dans l'état A passent dans l'état B,
- 3,5 % des êtres vivants qui étaient dans l'état B passent dans l'état A.

1. Avec ce modèle, y aura-t-il plus d'êtres vivants dans l'état A que dans l'état B au bout d'un jour ?
2. Avec ce modèle, peut-on dire qu'au bout d'un certain nombre d'heures la proportion d'êtres vivants se trouvant dans l'état A va se stabiliser ? Si oui, préciser vers quelle valeur.

Les réponses de trois élèves de terminale à la question 1

Élève 1

$$u_{24} = 1,005^{24} \times 34 \approx 38,3$$

Au bout de 24 heures, cela reste inférieur à 50%.

Élève 2

Dans le tableur :

$A1 = 34$	$B1 = 66$
$A2 = A1 - 3\% * A1 + 3,5\% * B1$	$B2 = 100 - A2$

En tirant, j'obtiens $A_{25} = 49,891$. Cela ne dépassera pas 50% au bout d'un jour.

Élève 3

Posons $T = \begin{pmatrix} 0,97 & 0,03 \\ 0,035 & 0,965 \end{pmatrix}$ et $A = (0,34 \quad 0,66)$

On a $A \times T^{24} = (0,5 \quad 0,5)$

Il y a autant d'êtres vivants dans l'état A que dans l'état B.

Le travail à exposer devant le jury

- 1- Explicitez les démarches des élèves en mettant en évidence les compétences mathématiques acquises.
- 2- Proposez une correction la question 2 de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale S, spécialité mathématiques.
- 3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *matrices et suites*.