

## Thème : problème d'optimisation

CAPES 2014

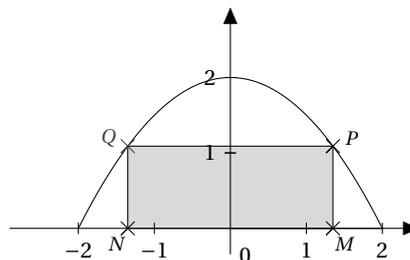
## L'exercice

La parabole d'équation  $y = -0,5x^2 + 2$  a été représentée ci-contre.

Pour tout  $x \in [0, 2]$ , on construit à partir du point  $M(x, 0)$ , les points  $P$ ,  $Q$  et  $N$ , avec  $P$  et  $Q$  sur la parabole et  $MNQP$  rectangle.

Existe-t-il un rectangle d'aire maximale ?

Si oui, est-il unique ?



Source : d'après MATHS Analyse 1ère S, collection TERRACHER

## Les solutions de deux élèves de première S

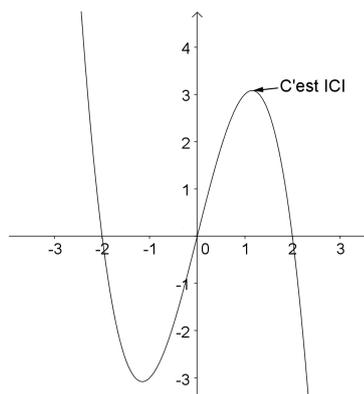
## Élève 1

$$y = MN = -0,5x^2 + 2$$

$$A = 2x \times y$$

$$A = 2x(-0,5x^2 + 2)$$

$$A = -x^3 + 4x$$



## Élève 2

Je pense que le rectangle est un carré car on a fait un exercice disant que le rectangle qui a la plus grande aire est un carré.

$$x = -0,5x^2 + 2$$

$$-0,5x^2 + 2 - x = 0,$$

$$\Delta = 5, \text{ il y a deux solutions dans } \mathbb{R} : x_1 = 1,236 \text{ et } x_2 = -3,236.$$

Mais  $x \in [0; 2]$  donc  $x = 1,236$ ,  $f(x) = 1,236$ .

On vérifie avec la calculatrice :  $f(1,2) = 1,28$  et  $f(1,3) = 1,155$ . On dirait que c'est faux.

## Le travail à exposer devant le jury

- 1- Analysez les démarches des élèves en mettant en avant les compétences mathématiques acquises.
- 2- Exposez une correction de cet exercice, prenant en compte les productions des élèves, devant une classe de première.
- 3- Présentez deux ou trois *problèmes d'optimisation* dont l'un au moins se situe au niveau de la classe de seconde.