

Thème : problèmes conduisant à une résolution d'équation

CAPES 2014

L'exercice

1. Est-il possible de construire un rectangle de périmètre 17 cm et d'aire 17 cm² ?
Si oui, on précisera les dimensions de ce rectangle.
2. Plus généralement, soit k un nombre réel strictement positif. Pour quelles valeurs de k est-il possible de construire un rectangle de périmètre k (en cm) et d'aire k (en cm²) ?

Les productions de deux élèves de première.

Élève 1

Déjà, je pense que c'est possible car on peut très bien construire un rectangle de périmètre 16 cm et d'aire 16 cm² en prenant un carré de côté 4. Mais pour 17 cela semble moins évident.

J'appelle x la longueur et y la largeur du rectangle. Le périmètre vaut $2x + 2y$ et l'aire xy .

J'obtiens alors le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 8,5 \\ xy = 17 \end{cases}$$

Dans la deuxième équation j'ai $y = \frac{17}{x}$. En remplaçant dans la première, j'obtiens $x + \frac{17}{x} = 8,5$, puis en multipliant par x de chaque côté $x^2 + 17 = 8,5x$.

On a alors $x^2 = 8,5x - 17$, donc $x = \sqrt{8,5x - 17}$.

Élève 2

Je note x la longueur et y la largeur du rectangle.

Sur un tableur j'ai fait une colonne pour x avec des valeurs que j'ai choisies.

Pour les y , j'ai tapé dans B2 la formule $= 8,5 - A2$ et j'ai recopié vers le bas. Comme cela, le périmètre vaudra bien 17.

Ensuite dans la cellule C2 j'ai calculé l'aire avec $= A2 * B2$ et j'ai aussi recopié vers le bas. Je vois que l'aire vaut bien 17 mais même en augmentant les décimales, le résultat ne tombe pas juste.

	A	B	C
1	x	y	aire
2	2.9	5.6	16.24
3	3	5.5	16.5
4	3.1	5.4	16.74
5	3.2	5.3	16.96
6	3.3	5.2	17.16
7	3.4	5.1	17.34
8	3.5	5	17.5

Je modifie les valeurs de la colonne des x pour avoir une aire de 17 cm².

En continuant, on doit bien finir par y arriver...

	A	B	C
1	x	y	aire
2	3.2	5.3	16.96
3	3.21	5.29	16.9809
4	3.219	5.281	16.999539
5	3.2191	5.2809	16,99974519
6	3.2192	5.2808	16.99995136
7	3.2193	5.2807	17.00015751

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions des élèves, en précisant, pour chacun, l'aide que vous pourriez lui apporter.
- 2 – Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de première, en vous appuyant sur les productions des élèves.
- 3 – Présentez deux ou trois *problèmes conduisant à une résolution d'équation*. Vous motiverez votre choix en explicitant les objectifs visés par chacun d'eux.