Thème : approximation des solutions d'une équation

L'exercice

On considère la fonction g définie sur $[-6\,;+\infty[$ par $g(x) = 2x^3 - 9x^2 - 60x + 276$.
On donne son tableau de variations ci-dessous :

x	-6	-2	5	$+\infty$
g		344		$+\infty$
	-120		1	

1. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur $[-6\,;+\infty[$.
2. Donner un encadrement de cette (ou ces) solution(s) avec une amplitude de 0,01.

Les réponses de trois élèves à la question 1.

Élève 1

Puisque 0 *est compris entre* $g(-6) = -120$ *et* $\lim\limits_{x\to\infty} g(x) = +\infty$*, alors l'équation* $g(x) = 0$ *possède une unique solution sur* $[-6\,;+\infty[$.

Élève 2

Puisque g est continue et strictement croissante sur $[-6\,;-2]$ *, alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[-6\,;-2]$.
Puisque g est continue et strictement décroissante sur $[-2\,;5]$ *, alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[-2\,;5]$.
Puisque g est continue et strictement croissante sur $[5\,;+\infty[$ *, alors* $g(x) = 0$ *admet une solution sur* $[5\,;+\infty[$.
Donc $g(x) = 0$ *possède* 3 *solutions sur* $[-6\,;+\infty[$.

Élève 3

Sur $[-6\,;-2]$ *:* 0 *n'appartient pas à* $[-6\,;-2]$ *donc* $g(x) = 0$ *n'a pas de solution sur* $[-6\,;-2]$.
Sur $[-2;5]$ *: g est strictement décroissante, continue et 0 est compris entre* -2 *et* 5 *donc* $g(x) = 0$ *admet une solution.*
Sur $[5\,;+\infty[$ *: 0 n'est pas compris entre* 5 *et* $+\infty$ *donc* $g(x) = 0$ *n'a pas de solution.*
Donc $g(x) = 0$ *a une seule solution sur* $[-6\,;+\infty[$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez chacune des productions d'élèves en mettant en évidence leurs réussites et en indiquant comment les aider à surmonter leurs éventuelles difficultés.

2- Exposez une correction de la question 2, comme vous le feriez devant une classe de première, en mettant en oeuvre un algorithme.

3- Présentez deux ou trois exercices conduisant à l'*approximation des solutions d'une équation* dont l'un au moins prend appui sur une situation à support concret. Vous prendrez soin de motiver vos choix.